Tentamen ProgrammaCorrectheid

19 augustus 2002

09.00 – 12.00 uur; Tentamenhal

Opgave 1

Gegeven is de specificatie:

CONST
$n \in INTEGER$; $\{n > 1\}$
$a \in$ **ARRAY** $[1 \mathrel{..} n)$ **OF** $[1 \mathrel{..} n)$;
$x \in INTEGER$;
VAR
$k : INTEGER$;
S;
$\{Q : \quad k = (\texttt{MIN}\ i \ :\ i \geq 1 \quad \wedge \quad (\Sigma\, j \ :\ 1 \leq j < i \ :\ f(j)) \geq x) \ :\ i\}$

Hierbij is de functie f gedefinieerd door:

$$
\begin{array}{lcl}
f(1) & = & a[1] \\
f(t+1) & = & a[f(t)]
\end{array}
$$

- Introduceer de functie $S(t) = (\Sigma\ j \ :\ 1 \leq j < t \ :\ f(j))$ en leid recurrente betrekkingen af voor S.
- Herschrijf de postconditie Q naar een vorm waarin de `MIN` -kwantor niet meer voorkomt.
- Geef een geannoteerd commando S dat aan de specificatie voldoet.
  Introduceer daartoe een variabelen y en p en breid de invariant uit met de conjuncten

  $$y = f(k) \quad \wedge \quad p = S(k)$$

lees verder

Opgave 2

Gegeven: een functie $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ die ascending is in beide coördinaten en de specificatie

$$
\begin{array}{l}
\textbf{CONST} \\
\quad n \in \mathit{INTEGER} \; ; \{n \geq 0\} \\
\textbf{VAR} \\
\quad z : \mathit{INTEGER} \; ; \\
\quad \{P : \;\; Z = (\#i, j \; : 0 \leq i < n \quad \wedge \quad 0 \leq j < i^2 \; : f(i,j) \geq 0)\} \\
T; \\
\quad \{Q : \; z = Z\}
\end{array}
$$

- Definieer een functie $F(x, y)$ die een geschikte generalisatie is van de kwantificatie uit de preconditie.
- Leid voor $F(x, y)$ geschikte recurrente betrekkingen af, inclusief het basisgeval.
- Geef een implementatie van het commando T. We vragen niet om het gehele stappenplan uit te schrijven, maar zijn tevreden met de laatste stap: een goede samenvatting, inclusief invariant en variante functie.

Opgave 3

De functie $f \; : \; \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ is gedefinieerd door

$$
f(x) = \begin{cases} 1 & \text{voor} \quad x \leq 0 \\ 1 + f(\; x - f(x-1) \;) & \text{voor} \quad x > 0 \end{cases}
$$

en de specificatie van de procedure *Berf* wordt gegeven door

$$
\begin{array}{l}
\textbf{PROCEDURE } \mathit{Berf}\,(n : \mathit{INTEGER} \; ; \;\; \textbf{VAR } y : \mathit{INTEGER}\;); \\
\quad \{ \; \texttt{all} \;\; Y \in \mathit{INTEGER} \;\; : \\
\quad : \;\; \texttt{pre} \;\; f(n) = Y \\
\quad , \;\; \texttt{post} \;\; y = Y > 0 \; \} \;\; ;
\end{array}
$$

Geef een implementatie voor *Berf* en bewijs de correctheid van je oplossing. Formuleer daartoe expliciet de inductiehypothese en de bewijsverplichting bij deze procedure.

einde